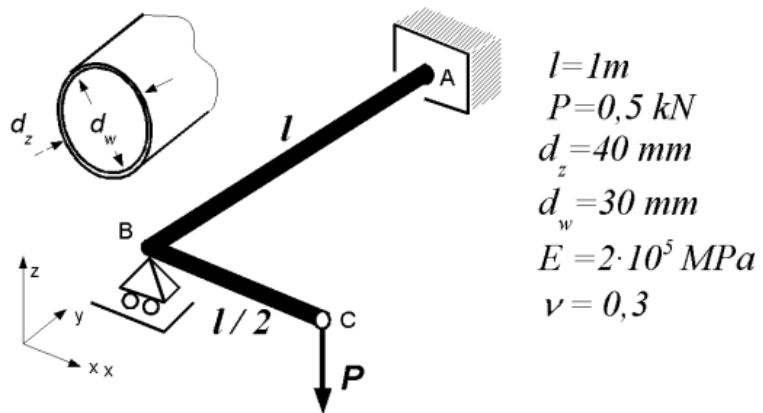
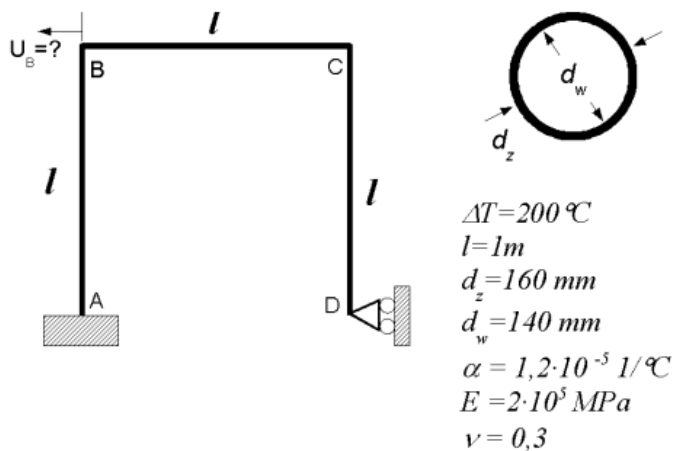


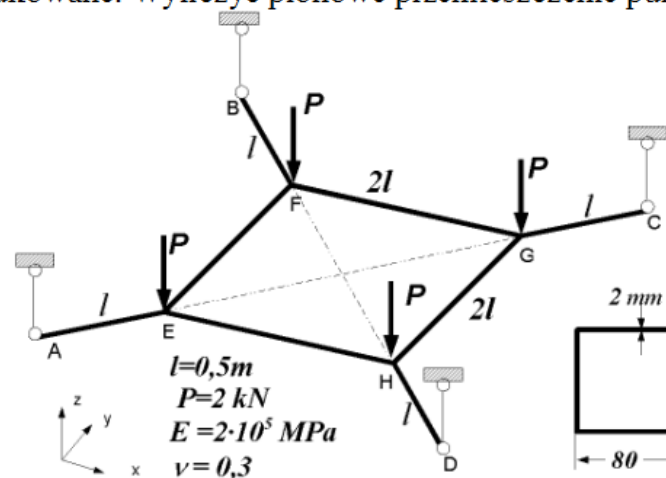
**Zad.1.** Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w ramie. Wyliczyć  $\sigma_{red}^{max}$ . Jak zmieni się stan wyężenia w przekroju A gdy usuniemy podporę z punktu B?



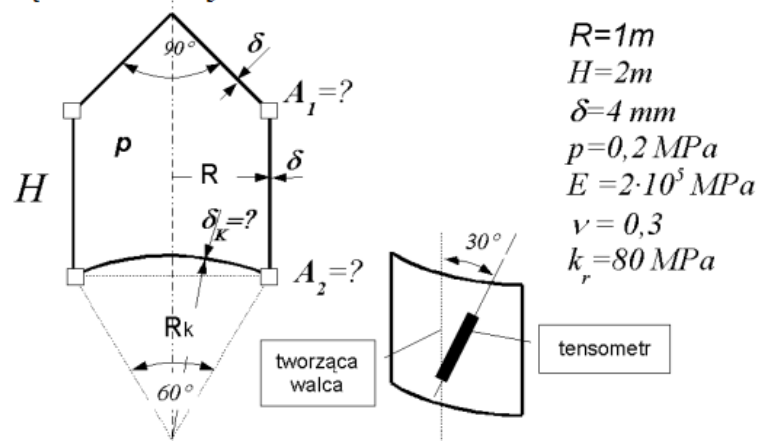
**Zad.3.** Płaski fragment rurociągu podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt B?



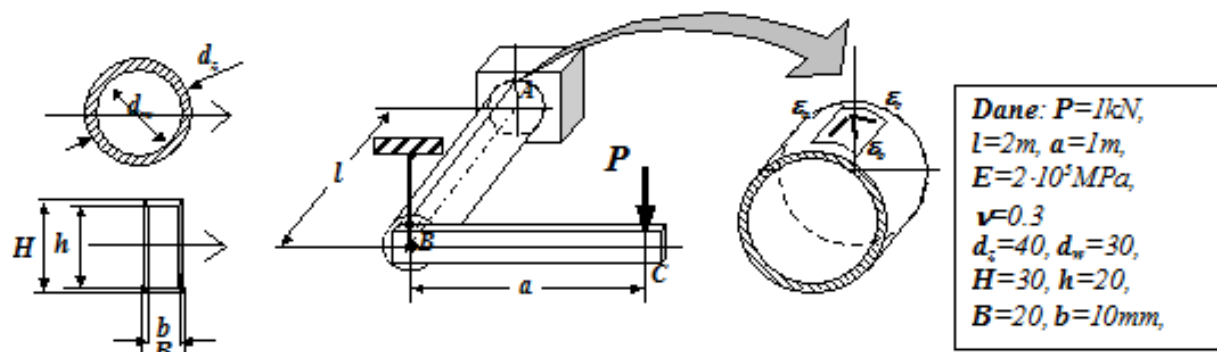
**Zad.2.** Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych w ramie podwieszanej na nieskończenie sztywnych wieszakach. Wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane. Wyliczyć pionowe przemieszczenie punktu E.



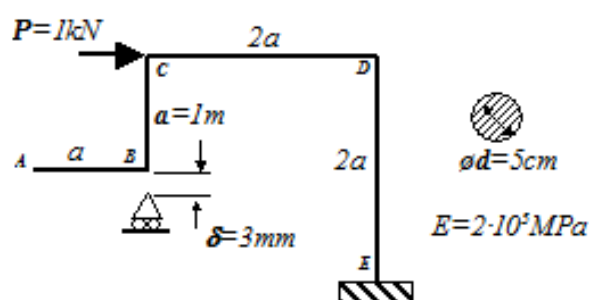
**Zad.4.** Zbiornik składający się z części stożkowej, walcowej i kulistej wypełniony jest gazem o nadciśnieniu p. Część stożkowa i walcowa ma tą samą grubość płaszczu. Dobrać grubość płaszczu części kulistej i pola przekroju poprzecznego pasów. Dla takiej konstrukcji przedstawić wykresy naprężeń południkowych i obwodowych. Policzyc wskazanie tensometru naklejonego na części walcowej.



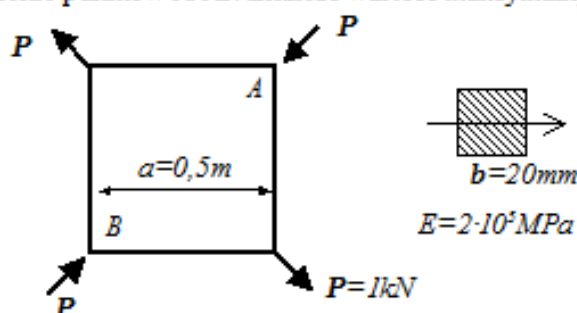
**Zad.1.** Rurę utwierdzono w przekroju A i podparto przegubowo na nieskończenie sztywnym cięgnię w punkcie B. Obciążenie wprowadzono za pomocą kształtownika o przekroju skrzynkowym przyspawanego do końca rury. Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji. Wyznaczyć wskazania rozetki tensometrycznej naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka 45°). Wyliczyć przemieszczenie pionowe punktu C.



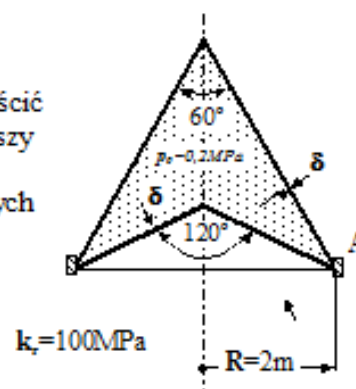
**Zad.2.** Ramę płaską pokazaną na rysunku zamocowano dodatkowo w punkcie B do podpory przesuwnej oddalonej na skutek błędu montażowego o  $\delta$ . Określić przebiegi sił wewnętrznych  $N$ ,  $T$ ,  $M$  po obciążeniu ramy siłą  $P$ . Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnych naprężeń normalnych. Wyznaczyć kąt ugięcia naroża B.



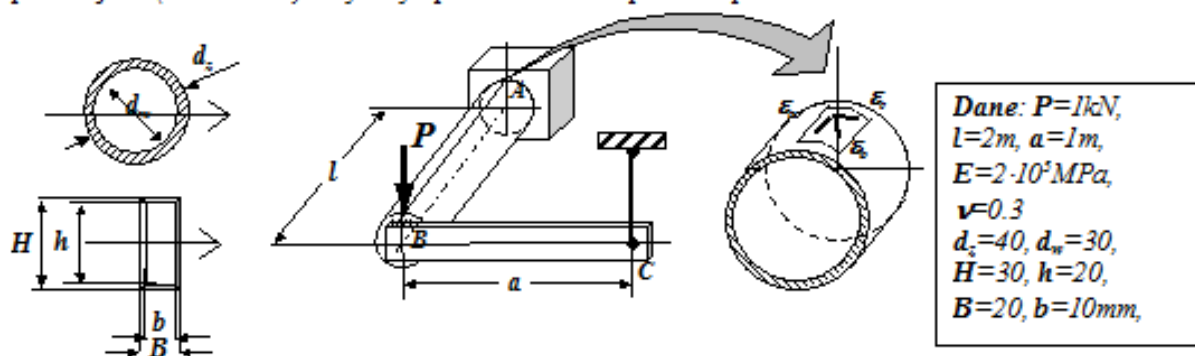
**Zad.3.** Zamkniętą ramę płaską obciążono jak na rysunku. Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych w ramie i wzajemne zbliżenie punktów A i B. Znaleźć wartość maksymalnych naprężeń normalnych.



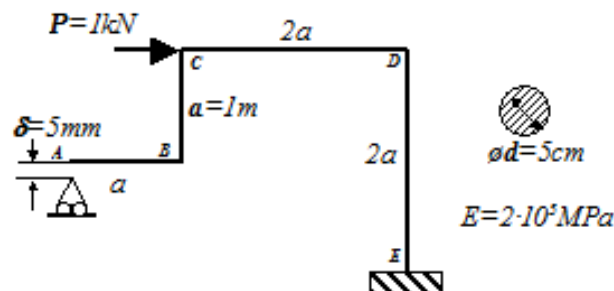
**Zad.4.** Zbiornik ciśnieniowy zbudowany z dwóch części stożkowych ma pomieścić gaz o nadciśnieniu  $p_0$ . Płaszcz obu części stożkowych ma być wykonany z arkuszy blachy stalowej o tej samej grubości. Dobrać grubość blachy i minimalne pole przekroju pasa A. Dla przyjętej grubości płaszcza narysować rozkłady składowych stanu naprężenia w obu częściach zbiornika.



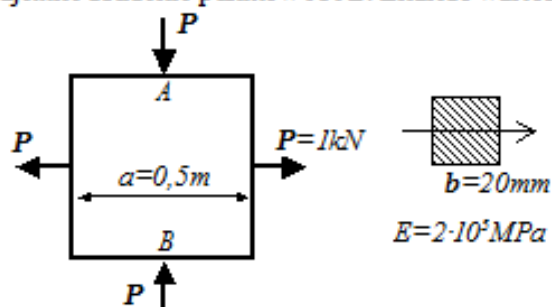
**Zad.1.** Ramę składającą się z rury i kształtownika o przekroju skrzynkowym, utwierdzono w przekroju A i podparto na nieskończenie sztywnym cięgnię w punkcie C. Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w ramie. Wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka 45°). Wyliczyć przemieszczenie pionowe punktu B.



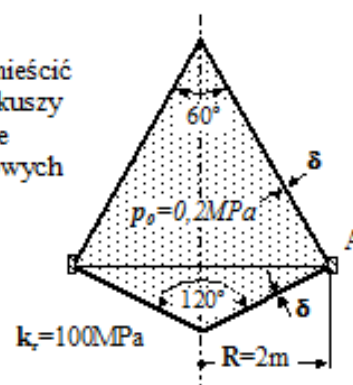
**Zad.2.** Ramę płaską pokazaną na rysunku zamocowano dodatkowo w punkcie A do podpory przesuwnej oddalonej na skutek błędu montażowego o  $\delta$ . Określić przebiegi sił wewnętrznych N, T, Mg po obciążeniu ramy siłą P. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnych naprężeń normalnych. Wyznaczyć przemieszczenie poziome punktu C.



**Zad.3.** Zamkniętą ramę płaską obciążono jak na rysunku. Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych w ramie i wzajemne zbliżenie punktów A i B. Znaleźć wartość maksymalnych naprężeń normalnych.

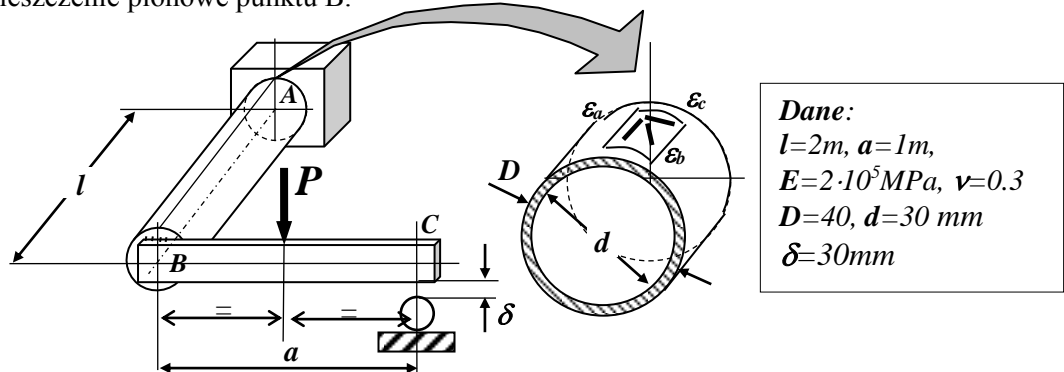


**Zad.4.** Zbiornik ciśnieniowy zbudowany z dwóch części stożkowych ma pomieścić gaz o nadciśnieniu  $p_0$ . Płaszcz obu części stożkowych ma być wykonany z arkuszy blachy stalowej o tej samej grubości. Dobrać grubość blachy i minimalne pole przekroju pasa A. Dla przyjętej grubości płaszcz narysować rozkłady składowych stanu naprężenia w obu częściach zbiornika.



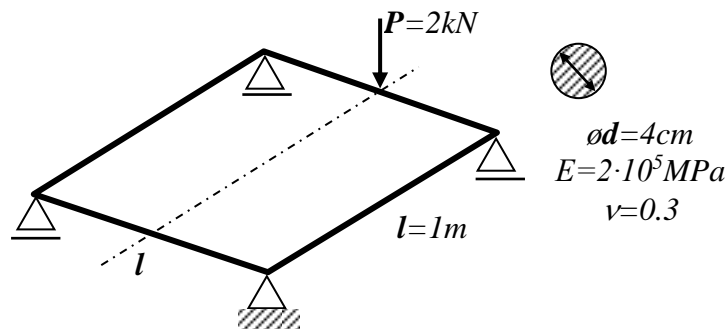
**Zad.1.** Do końca rury utwierdzonej w przekroju A przyspawano sztywne ramię BC w celu wprowadzenia siły  $P$ . W czasie procesu obciążania ramię może oprzeć się na rolce w przekroju C.

- 1) Wyznaczyć wartość siły  $P_{\min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia ramienia siłą  $P_{\max}=500\text{N}$ .
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć miejsce i wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych i wskazania rozetki tensometrów naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka  $45^\circ$ ).
- 4) Wyliczyć przemieszczenie pionowe punktu B.



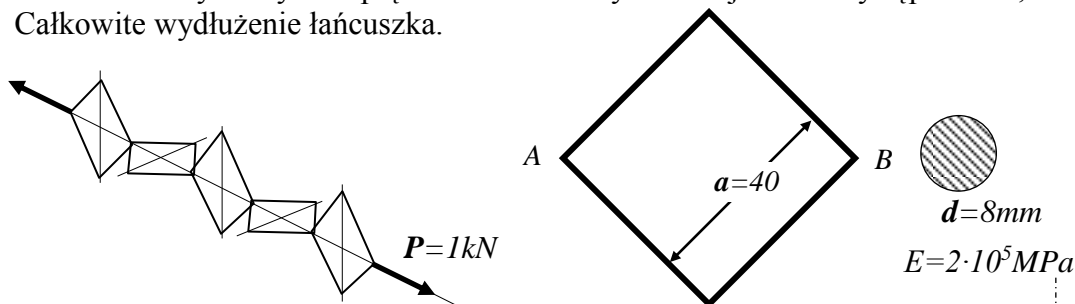
*Uwaga: W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne*

**Zad.2.** Ramę płaską o obrysie kwadratowym podparto swobodnie w czterech narożach na podporach przegubowych przesuwnych. Ramę obciążono siłą  $P$  prostopadłe do jej płaszczyzny w połowie jednego z prętów. Określić przebiegi sił wewnętrznych. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych. Wyznaczyć przemieszczenie pionowe punktu pod siłą  $P$ .

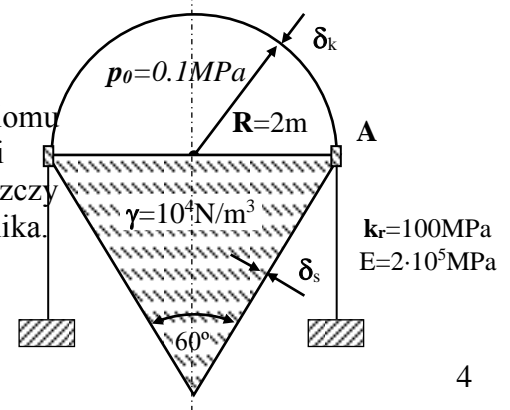


**Zad.3.** Łańcuszek wykonany z pięciu ogniów giętych ze stalowego drutu i spawanych obciążono siłą rozciągającą  $P$ . Przyjmując model ogniwa jako zamkniętą ramę płaską, wyznaczyć:

- 1) Rozkłady sił wewnętrznych w pojedynczym ogniwie,
- 2) Wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych i miejsce ich występowania,
- 3) Całkowite wydłużenie łańcuszka.

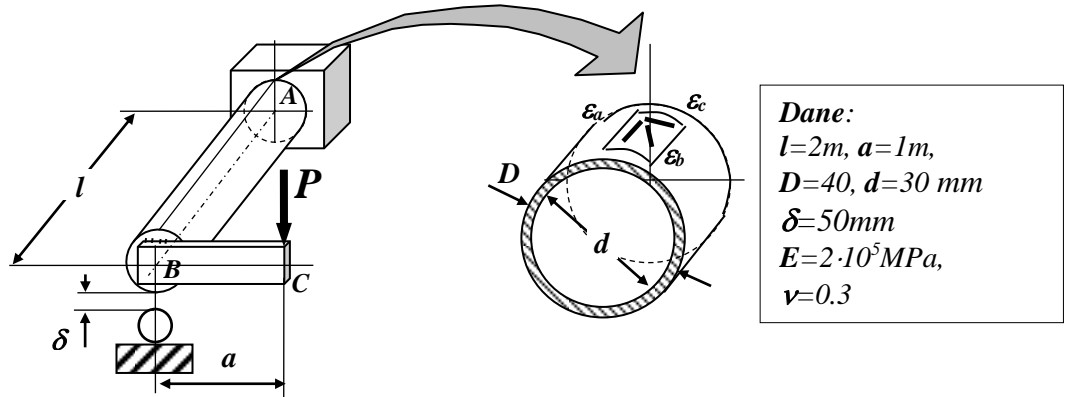


**Zad.4.** Zbiornik zbudowany z części stożkowej i kulistej spoczywa na walcowym płaszczu. W dolnej swej części jest wypełniony cieczą do poziomu pierścienia. W górnej jego części panuje nadciśnienie  $p_0$ . Dobrać grubości płaszczy i minimalne pole przekroju pasa A. Dla przyjętych grubości płaszczy narysować rozkłady składowych stanu naprężenia w obu częściach zbiornika.



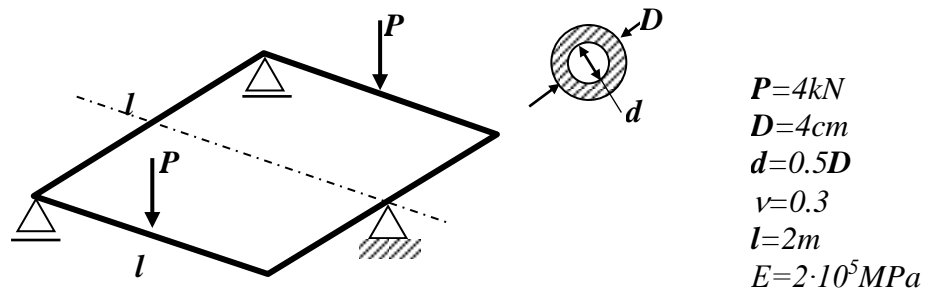
**Zad.1.** Do końca rury utwierdzonej w przekroju A przyspawano sztywne ramię BC w celu wprowadzenia siły  $P$ . W czasie procesu obciążania ramię może oprzeć się na rolce w przekroju B.

- 1) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia ramienia siłą  $P_{\max}=2000\text{N}$ .
- 2) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka  $45^\circ$ ).
- 3) Wyznaczyć wartość siły  $P_{\min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.



*Uwaga: W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne*

**Zad.2.** Ramę płaską o obrysie kwadratowym podparto swobodnie w trzech punktach na podporach przegubowych przesuwnych. Ramę obciążono siłami  $P$  prostopadle do jej płaszczyzny w połowie długości prętów. Określić przebiegi sił wewnętrznych. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych. Zaproponować stan czujnikowy do policzenia przemieszczenia pionowego punktu pod siłą  $P$  i naszkicować odpowiadające mu wykresy składowych wysiłku przekroju.



**Zad.3.** Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych w ramie ściśle płaskiej. Zaprojektować wymiary przekroju dwuteowego tak, aby wszędzie spełniony był warunek:  $(\sigma_g)_{\text{red}} \leq k_r$ .

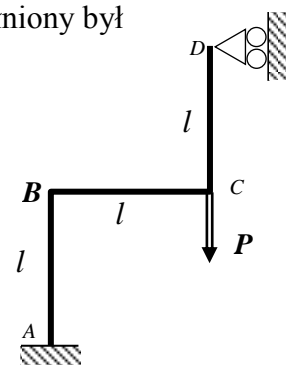
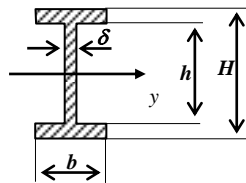
Obliczyć przemieszczenie pionowe punktu C

$$H=20 \cdot \delta, h=16 \cdot \delta, b=8 \cdot \delta$$

$$\delta=?$$

$$l=1\text{m}, P=2\text{kN}, E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa},$$

$$k_r=80 \text{ MPa}$$

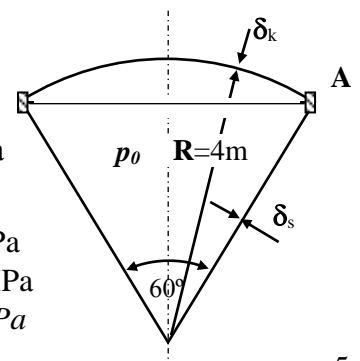


**Zad.4.** Zbiornik zbudowany z części stożkowej i kulistej obciążony jest nadciśnieniem  $p_0$ . Dobrać grubości płaszczy i minimalne pole przekroju pasa A. Dla przyjętych grubości płaszczy narysować rozkłady składowych stanu naprężenia w obu częściach zbiornika.

$$k_r=80\text{MPa}$$

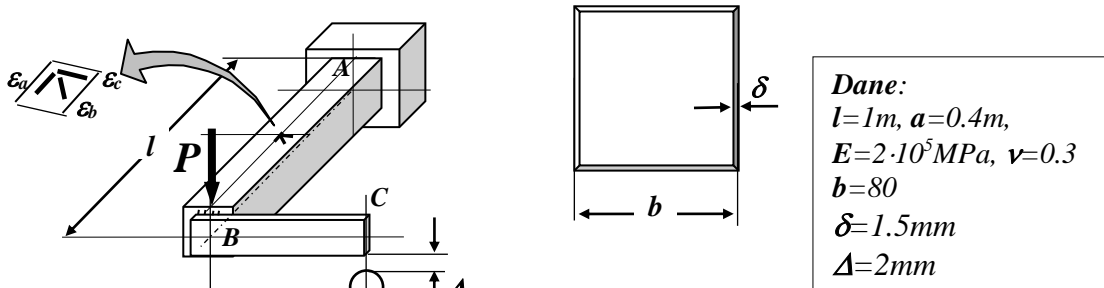
$$E=2 \cdot 10^5\text{MPa}$$

$$p_0=0.1\text{MPa}$$



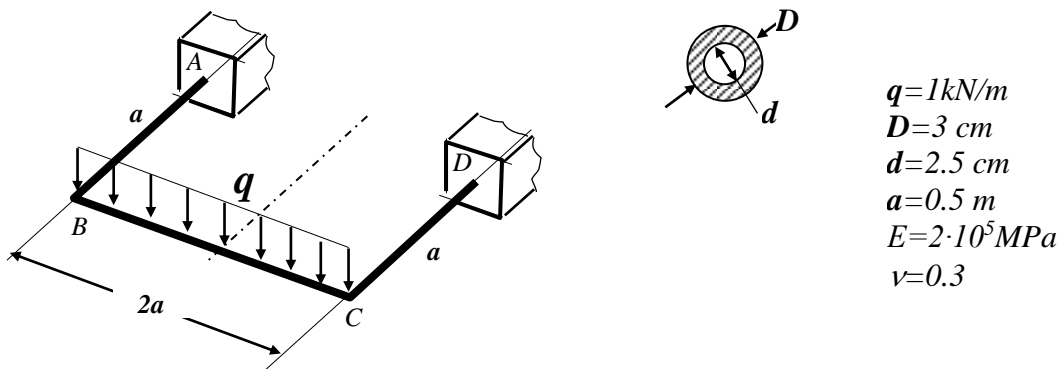
**Zad.1.** Do końca rury cienkościennej o przekroju kwadratowym, utwierdzonej w przekroju A, przymocowano za pomocą zębra (w przekroju B) sztywne ramię BC. W czasie procesu obciążania siłą  $P$ , ramię może oprzeć się na rolce w przekroju C.

- 1) Wyznaczyć wartość siły  $P_{\min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia siłą  $P_{\max}=2000\text{N}$ .
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć miejsce i wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych i wskazania rozetki tensometrów naklejonych na środku górnej ścianki w połowie długości rury (rozetka  $45^\circ$ ).

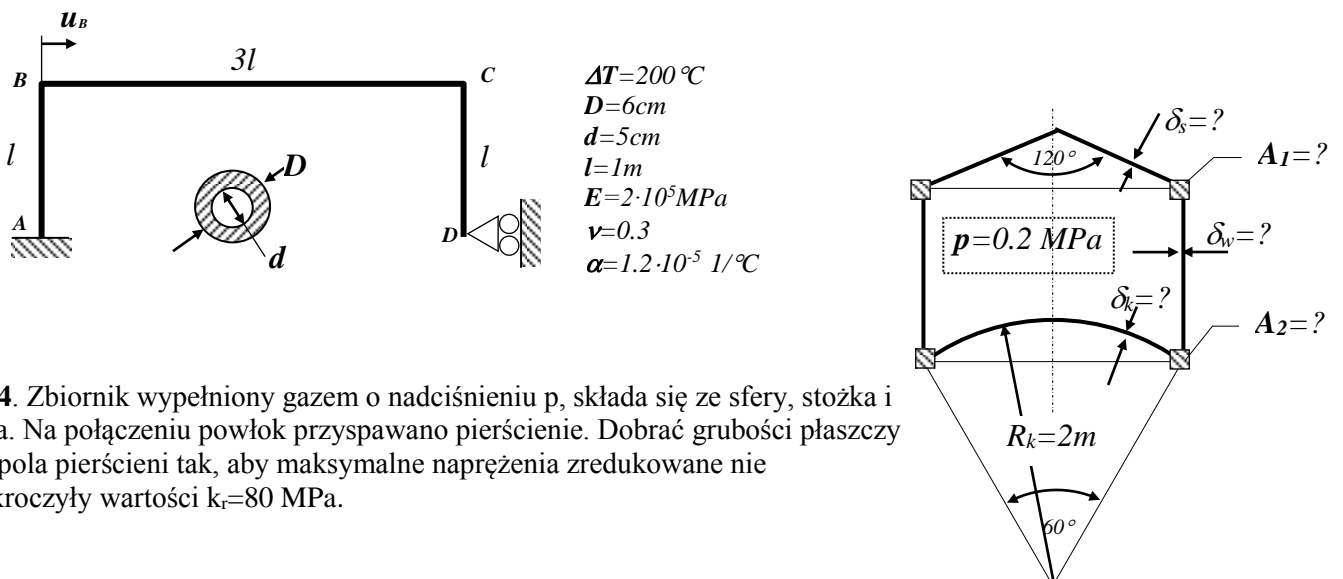


*Uwaga: W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne. Sama rura może przenosić swobodne skręcanie i zginanie.*

**Zad.2.** Obliczyć przemieszczenie pionowe punktu B i maksymalne naprężenia zredukowane w ruszcie utwierdzonym w przekrojach A i D i obciążonym stałym wydatkiem siły  $q$  na odcinku BC prostopadłe do płaszczyzny ramy.



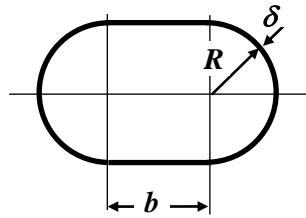
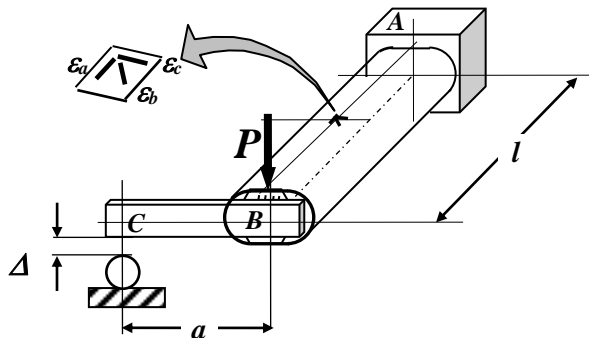
**Zad.3.** Płaski fragment rurociągu podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt B?



**Zad.4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu  $p$ , składa się ze sfery, stożka i walca. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. Dobrać grubości płaszczy oraz pola pierścieni tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_r=80\text{MPa}$ .

**Zad.1.** Do końca rury cienkościennej utwardzonej w przekroju A, przymocowano za pomocą żebra (w przekroju B) sztywne ramię BC. W czasie procesu obciążania siłą  $P$ , ramię może oprzeć się na rolce w przekroju C.

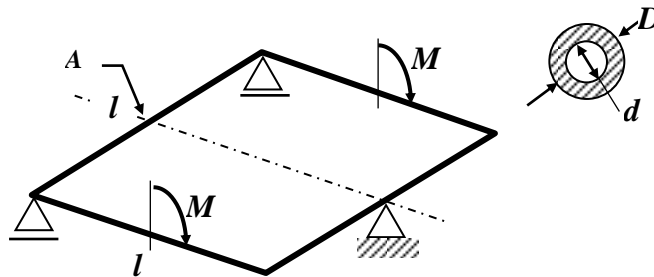
- 1) Wyznaczyć wartość siły  $P_{min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia siłą  $P_{max}=2000N$ .
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych na środku górnej ścianki w połowie długości rury (rozetka  $45^\circ$ ).



**Dane:**  
 $l=1m$ ,  $a=0,4m$ ,  
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$ ,  $\nu=0,3$   
 $b=80mm$   
 $R=40mm$   
 $\delta=1,5mm$   
 $\Delta=2mm$

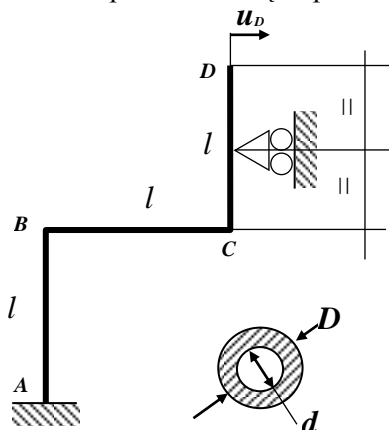
*Uwaga: W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne. Sama rura może przenosić swobodne skręcanie i zginanie.*

**Zad.2.** Ramę płaską o obrysie kwadratowym podparto swobodnie w trzech punktach na podporach przegubowych przesuwnych. Ramę obciążono skupionymi momentami gnącymi  $M$  w połowie długości prętów. Określić przebiegi sił wewnętrznych. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych. Zaproponować stan czujnikowy do policzenia przemieszczenia pionowego punktu A i naszkicować odpowiadające mu wykresy składowych wysiłku przekroju.

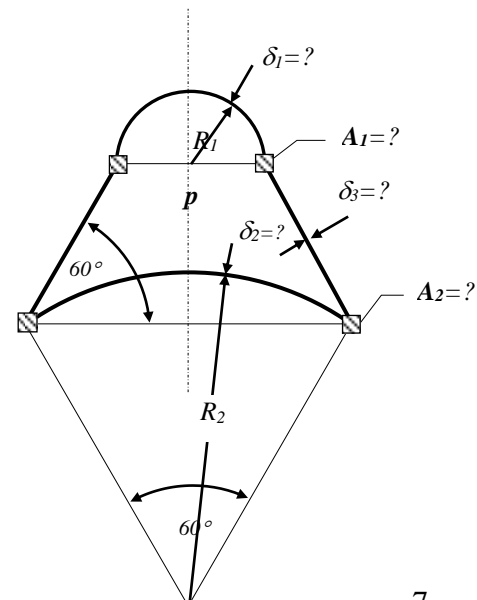


$M=2kN$   
 $D=4cm$   
 $d=0.5D$   
 $\nu=0.3$   
 $l=2m$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$

**Zad.3.** Płaski fragment rurociągu podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt D?



$\Delta T=200^\circ C$   
 $D=6cm$   
 $d=5cm$   
 $l=1m$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$   
 $\nu=0.3$   
 $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$

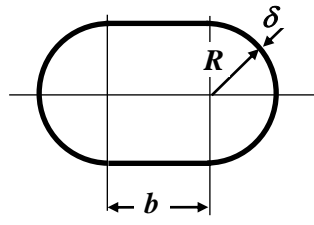
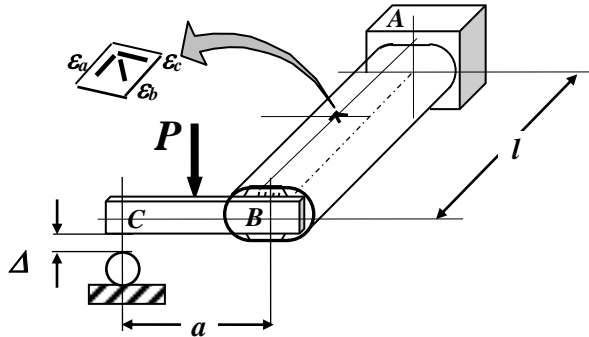


**Zad.4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu  $p$ , składa się ze sfery wypukłej, stożka i sfery wklęsłej. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. Dobrać grubości płaszczy oraz pola pierścieni tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_r=80 MPa$ .

*Dane:  $R_1=1m$ ,  $R_2=4m$ ,  $p=0,2 MPa$*

**Zad.1.** Do końca rury cienkościennej utwierdzonej w przekroju A, przymocowano za pomocą żebra (w przekroju B) sztywne ramię BC. W czasie procesu obciążania siłą  $P$ , przyłożoną w połowie długości ramienia, może ono oprzeć się na rolce w przekroju C.

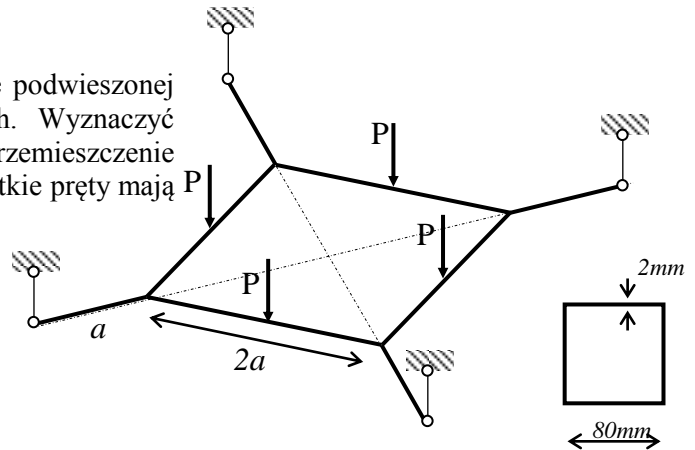
- 1) Wyznaczyć wartość siły  $P_{min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia siłą  $P_{max}=2000N$ .
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych na środku górnej ścianki w połowie długości rury (rozetka  $45^\circ$ ).



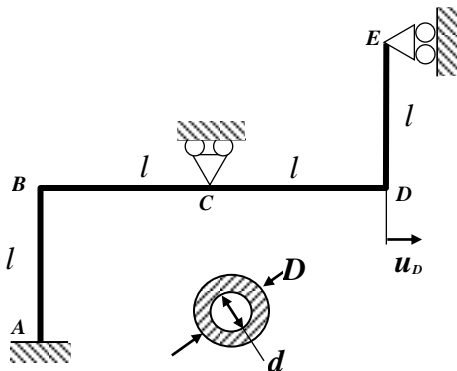
**Dane:**  
 $l=1m, a=0.4m,$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$   
 $b=R$   
 $R=40mm$   
 $\delta=2mm$   
 $\Delta=2mm$

**Zad.2.** Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych w ramie podwieszanej przegubowo na nieskończenie sztywnych wieszakach. Wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane. Wyliczyć przemieszczenie pionowe punktu, w którym przyłożona jest siła  $P$ . Wszystkie pręty mają przekrój cienkościenny o obrysie kwadratowym.

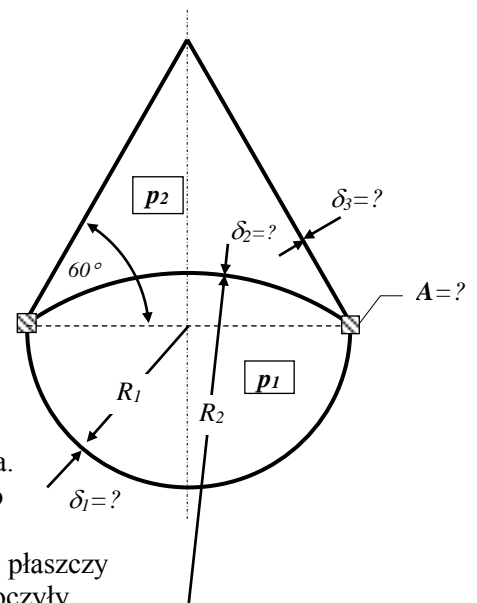
**Dane:**  $a=0.5m, P=2kN, E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$



**Zad.3.** Plaski fragment rurociągu podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt D?



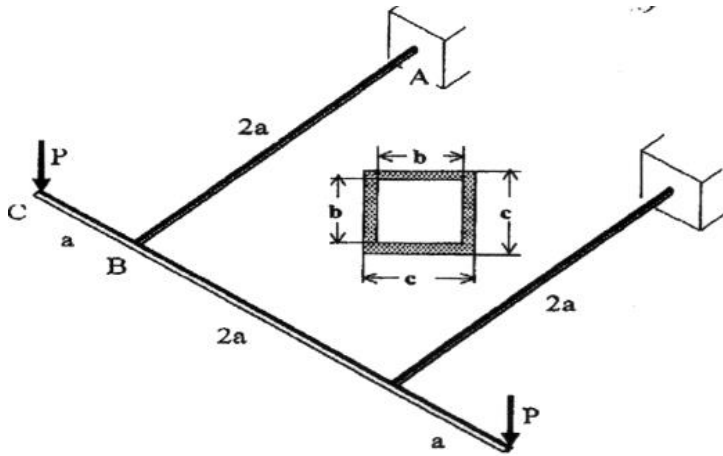
$\Delta T=200^\circ C$   
 $D=6cm$   
 $d=5cm$   
 $l=1m$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$   
 $\nu=0.3$   
 $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$



**Zad.4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu  $p$ , składa się ze sfery, stożka. Dodatkowo wewnątrz zbiornika umieszczona jest przegroda w kształcie sfery o promieniu  $R_2$  dzieląca zbiornik na dwie części, w których panują inne wartości nadciśnienia. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. Dobrać grubości płaszczy oraz pole pierścienia tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_T=80 MPa$ .

**Dane:**  $R_1=2m, R_2=4m, p_1=0.4 MPa, p_2=0.2 MPa$

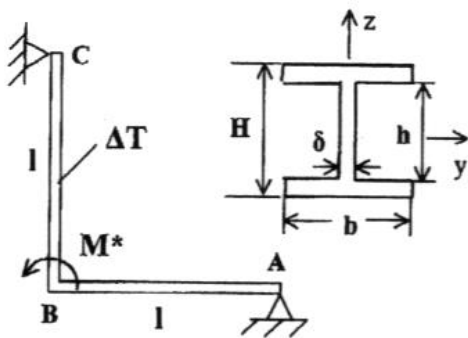




Zadanie 1.

$a = 0.5 \text{ m}$ ,  $P = 0.6 \text{ kN}$ ,  $c = 30 \text{ mm}$ ,  
 $b = 20 \text{ mm}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 1/3$ ,

Wyznaczyć i narysować rozkłady wszystkich występujących w ramie sił przekrojowych. Sprawdzić równowagę węzła B. Wytypować najbardziej niebezpieczny punkt ustroju i obliczyć w nim naprężenie zredukowane  $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}}$ . Obliczyć przemieszczenie punktu C.

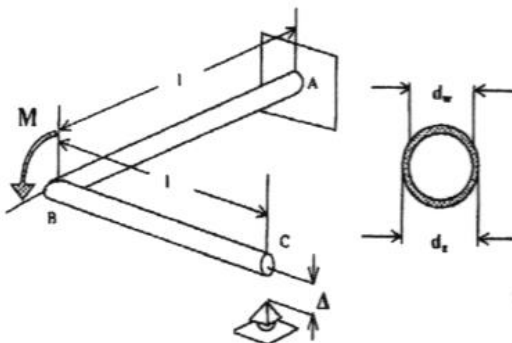


Zadanie 2.

$M^* = 0.6 \text{ kNm}$ ,  $\Delta T = 100^\circ$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\alpha_T = 1.25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

$H = 48 \text{ mm}$ ,  $h = 24 \text{ mm}$ ,  $b = 24 \text{ mm}$ ,  $\delta = 6 \text{ mm}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ .  
 Uwaga. Oś z przekroju leży w płaszczyźnie ramy.

Pokazana na rysunku ramka ABC spoczywa na dwóch nieprzesuwnych podporach przegubowych. Pręt BC ogrzano o  $\Delta T$  a w narożu B przyłożono moment skupiony  $M^*$ . Wyznaczyć i narysować przebiegi sił przekrojowych. Obliczyć  $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}}$  i przemieszczenie pionowe naroża B.

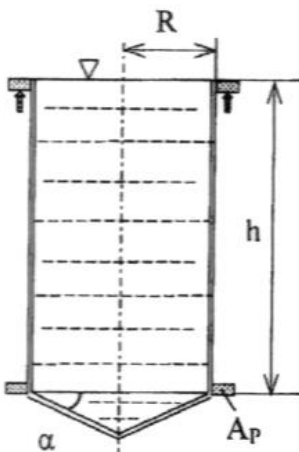


Zadanie 3.

$M = 400 \text{ Nm}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta = 10 \text{ mm}$ ,  $d_z = 40 \text{ mm}$ ,  
 $d_w = 30 \text{ mm}$ ,  $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 1/3$ .

Ramę ABC obciążono momentem skupionym M a równocześnie jej koniec C dociągnięto do podpory przegubowej przesuwnej.

Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych wzdłuż prętów ramy. Obliczyć  $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}}$  oraz przemieszczenie pionowe naroża B.



Zadanie 4.

Pokazany na rysunku otwarty zbiornik zawieszono na poziomie górnego brzegu i napełniono całkowicie wodą.

Wyznaczyć :

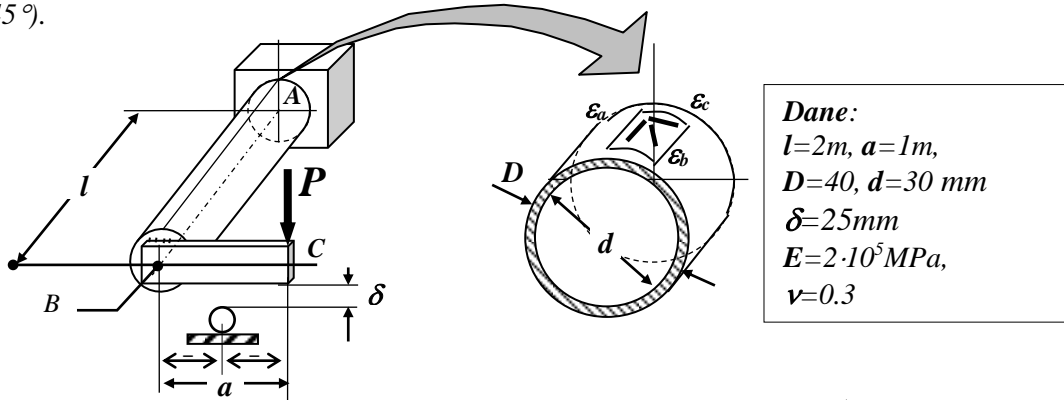
- stałą grubość płaszcza walcowego  $\delta_w$ ,
- stałą grubość płaszcza stożkowego  $\delta_s$ ,
- pole przekroju pierścienia  $A_p$  w załomie.

Dla poszukiwanych parametrów geometrycznych zbiornika zastosować warunek :  $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}} = 50 \text{ MPa}$ ,

dane :  $R = 1 \text{ m}$ ,  $h = 6 \text{ m}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

**Zad. 1.** Do końca rury utwierdzonej w przekroju A przyspawano sztywne ramię BC w celu wprowadzenia siły P. W czasie procesu obciążania ramię może oprzeć się na rolce w połowie ramienia BC.

- 1) Wyznaczyć wartość siły  $P_{min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia ramienia siłą  $P_{max}=1000N$ .
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka  $45^\circ$ ).

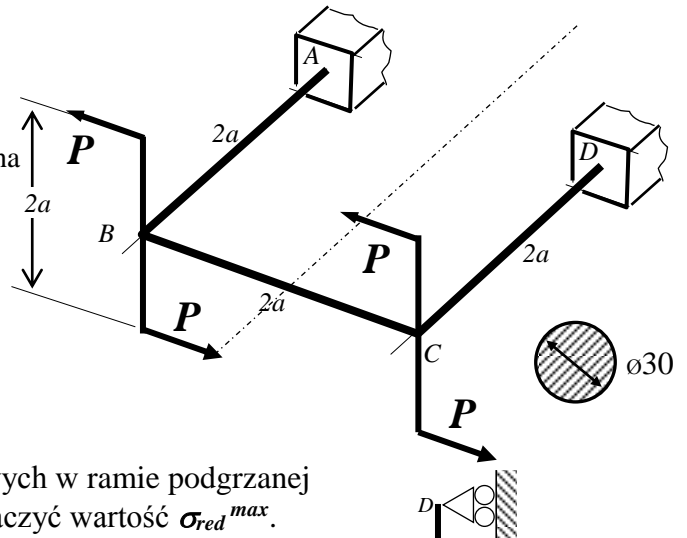


*Uwaga: W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne*

**Zad. 2.** Wyznaczyć przebiegi sił wewnętrznych w pokazanej na rysunku ramie.

- 1) Wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane.
- 2) Zaproponować sposób wyliczenia przemieszczenia punktu przyłożenia siły P w kierunku jej działania.

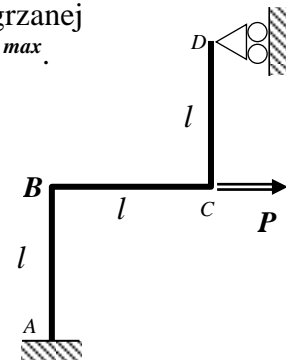
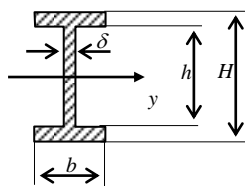
**Dane:**  $a=1m, P=0.5kN, E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$



**Zad. 3.** Wyznaczyć i narysować przebiegi sił przekrojowych w ramie podgrzanej równomiernie o  $\Delta T$  a następnie obciążonej siłą P. Wyznaczyć wartość  $\sigma_{red}^{max}$ .

Obliczyć przemieszczenie poziome punktu C.

$H=48mm, h=24mm, b=20mm, \delta=6mm$   
 $l=1m, P=2kN, E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$   
 $\Delta T=200^\circ C$   
 $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$

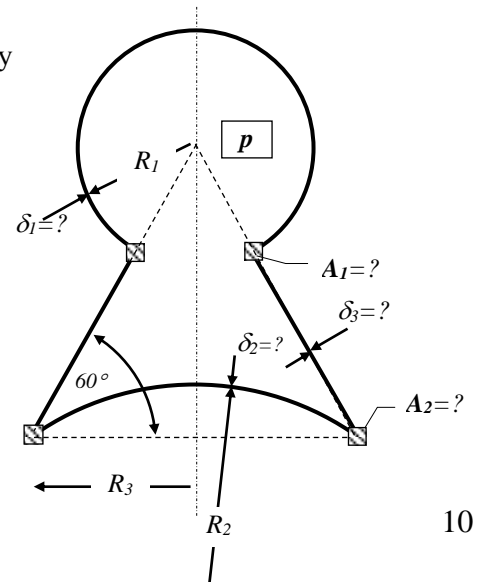


**Zad. 4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu p, składa się ze sfery, stożka a od dołu domknięty jest wklęsłym dnem kulistym. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. Dobrać grubości płaszczy oraz pole pierścienia tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_r=80 MPa$ , a zbiornik był możliwie najlżejszy.

W zadaniu posłużyć się hipotezą Treski.

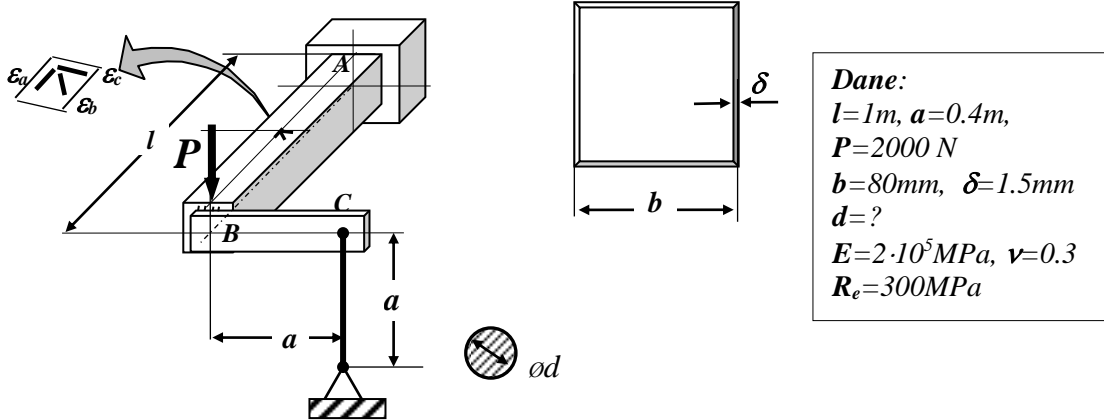
Narysować rozkłady naprężeń południkowych i obwodowych dla tak dobranych grubości płaszczy.

**Dane:**  $R_1=1.5m, R_2=4m, R_3=2m, p=0.2 MPa$



**Zad.1.** Do końca rury cienkościennej o obrysie kwadratowym, utwierdzonej w przekroju A, przymocowano za pomocą żebra (w przekroju B) sztywne ramię BC. W czasie procesu obciążania siłą  $P$ , ramię wspiera się na przecie zamocowanym przegubowo w punkcie C.

- 1) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku pełnego obciążenia.
- 2) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć miejsce i wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych oraz wskazania rozetki tensometrów naklejonych na środku górnej ścianki w połowie długości rury (*rozetka 45°*).
- 3) Dobrać minimalną średnicę  $d$  pręta podpierającego, by spełniony był warunek bezpieczeństwa ze współczynnikiem  $n=3$

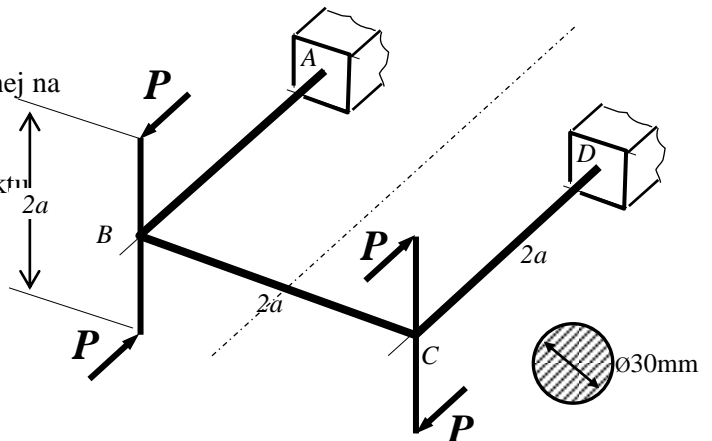


**Uwaga:** W podpunktach 1 i 2 obliczeń przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne, a sama rura może przenosić swobodne skręcanie i zginanie.

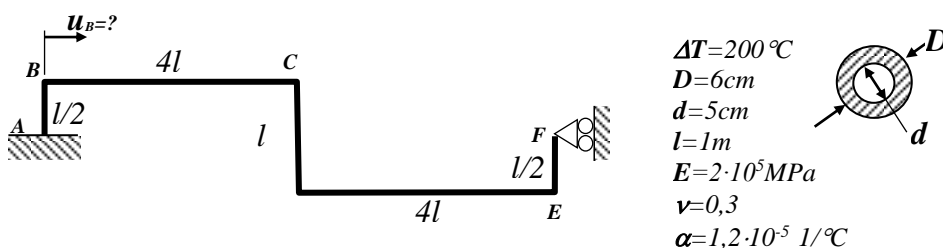
**Zad. 2.** Wyznaczyć przebiegi sił wewnętrznych w pokazanej na rysunku ramie.

- 1) Wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane.
- 2) Zaproponować sposób wyliczenia przemieszczenia punktu przyłożenia siły  $P$  w kierunku jej działania.

**Dane:**  $a=1m, P=0.5kN, E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$



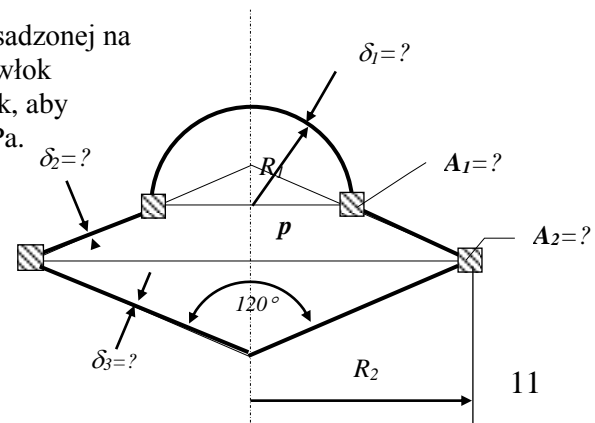
**Zad.3.** Plaski fragment rurociągu podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt B?



**Zad.4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu  $p$ , składa się ze sfery osadzonej na stożkowym płaszczu i domknięty jest stożkiem od dołu. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. Dobrać grubości płaszczy oraz pola pierścieni tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_r=80 MPa$ . Narysować wypadkowe rozkłady składowych stanu naprężenia.

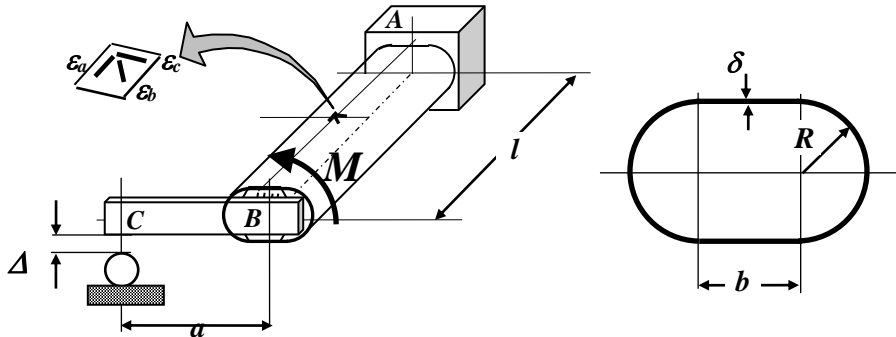
**Dane:**  $R_1=1m, R_2=2m, p=0,2 MPa$

(W rozwiązaniu posłużyć się hipotezą Treski)



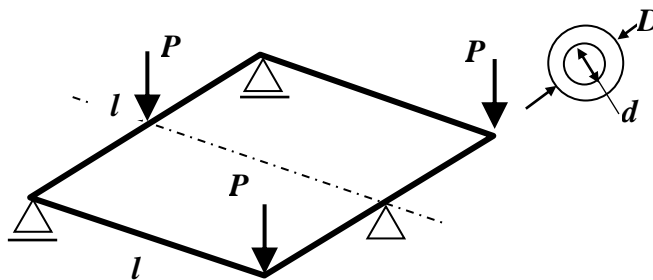
**Zad.1.** Do końca rury cienkościennej utwardzonej w przekroju A, przymocowano za pomocą żebra (w przekroju B) sztywne ramię BC. W czasie procesu obciążania momentem  $M$ , przyłożonym do ramienia, może ono oprzeć się na rolce w punkcie C.

- 1) Wyznaczyć wartość momentu  $M_{\min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 2) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia momentem cztery razy większym ( $M_{\max}=4 \cdot M_{\min}$ ).
- 3) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych na środku górnej ścianki w połowie długości rury (rozetka  $45^\circ$ ).



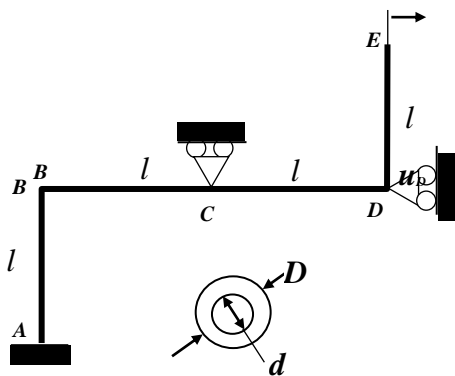
**Dane:**  
 $l=1m, a=0.4m,$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa,$   
 $\nu=0.3$   
 $b=R$   
 $R=40mm$   
 $\delta=2mm$   
 $\Delta=2mm$

**Zad.2.** Płaską ramę o obrysie kwadratowym podparto swobodnie w trzech punktach na podporach przegubowych przesuwnych. Ramę obciążono trzema siłami  $P$  prostopadle do jej płaszczyzny (jak na rysunku). Określić przebiegi sił wewnętrznych. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnego naprężenia zredukowanego. Policzyc przemieszczenie pionowe naroża rami (punkt pod siłą  $P$ ).



$P=2kN$   
 $D=4cm$   
 $d=0.5D$   
 $\nu=0.3$   
 $l=2m$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$

**Zad.3.** Płaską ramę podgrzano o  $\Delta T$ . Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych oraz maksymalne naprężenia zredukowane. Jak przemieści się w poziomie punkt E?

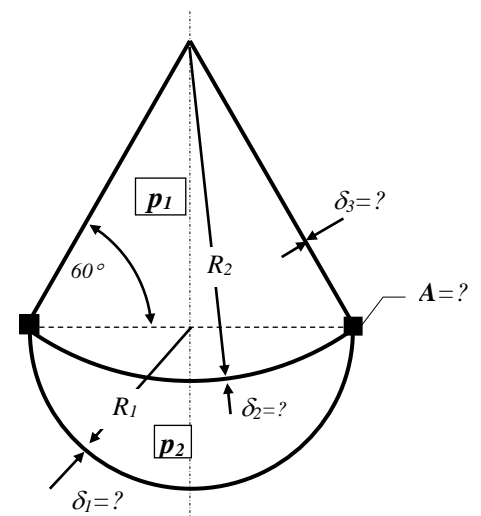


$\Delta T=200^\circ C$   
 $D=6cm$   
 $d=5cm$   
 $l=1m$   
 $E=2 \cdot 10^5 MPa$   
 $\nu=0.3$   
 $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$

**Zad.4.** Zbiornik wypełniony gazem, składa się ze sfery i stożka. Dodatkowo wewnątrz zbiornika umieszczona jest przegroda w kształcie sfery o promieniu  $R_2$  dzieląca zbiornik na dwie części, w których panują inne wartości nadciśnienia. Na połączeniu powłok wprowadzono pierścien. Stosując hipotezę Treski, dobrać grubości płaszczy oraz pole pierścienia tak, aby maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_r=100 MPa$ .

**Uwaga:** Każdorazowo uwzględnić najbardziej niekorzystną konfigurację wypełnienia komór zbiornika.

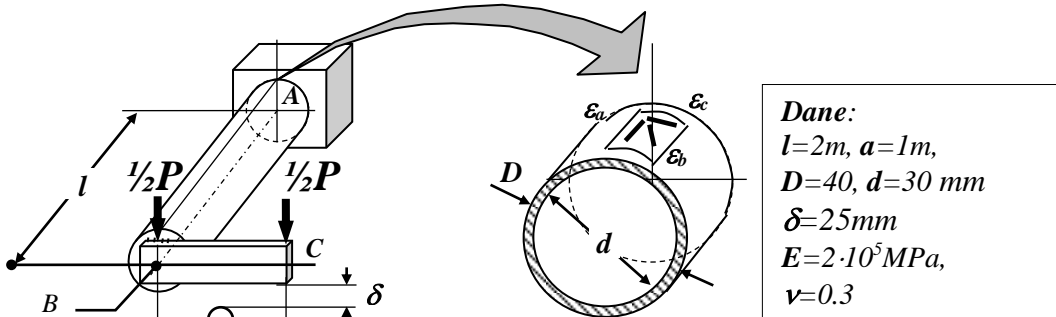
**Dane:**  $R_1=2m, R_2=4m, p_1=0.4 MPa, p_2=0.2 MPa$



**Zad. 1.** Do końca rury utwardzonej w przekroju A przyspawano sztywne ramię BC w celu wprowadzenia obciążenia  $P$  w postaci dwóch równych sił ( $po \frac{1}{2}P$ ) w punktach B i C.

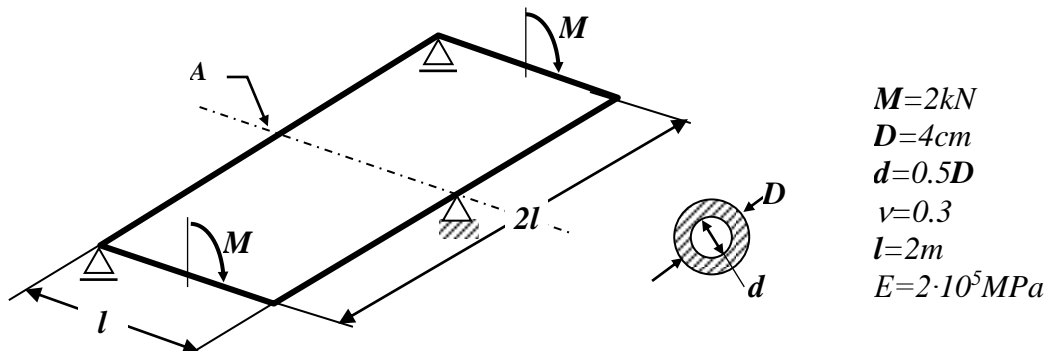
W czasie procesu obciążania ramię może oprzeć się na rolce w połowie długości ramienia BC.

- 4) Wyznaczyć wartość siły  $P_{min}$ , przy której ramię dotknie do rolki.
- 5) Wyznaczyć i narysować rozkłady sił wewnętrznych w konstrukcji dla przypadku obciążenia ramienia siłą  $P_{max}=1000N$ .
- 6) Dla pełnego obciążenia wyznaczyć wskazania rozetki tensometrów naklejonych w górnym punkcie przekroju A (rozetka  $45^\circ$ ).



*Uwaga:* W obliczeniach przyjąć, że wszystkie elementy poza rurą są nieskończenie sztywne

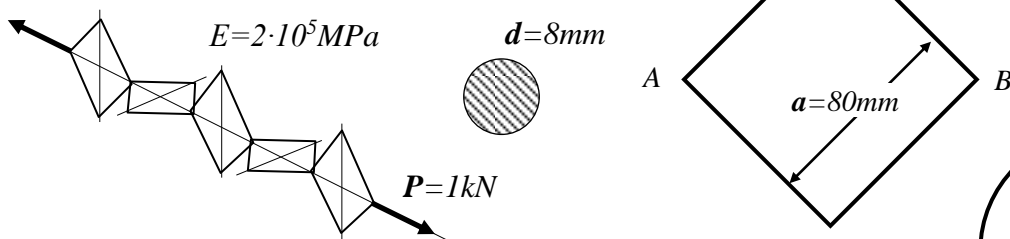
**Zad.2.** Ramę prostokątną o obrysie kwadratowym podparto swobodnie w trzech punktach na podporach przegubowych przesuwnych. Ramę obciążono skupionymi momentami gnącymi  $M$  w połowie długości krótszych prętów. Określić przebiegi sił wewnętrznych. Wskazać punkt i wyliczyć wartość maksymalnego naprężenia zredukowanego. Zaproponować stan czujnikowy do policzenia przemieszczenia pionowego punktu A i naszkicować odpowiadające mu wykresy składowych wysiłku przekroju.



**Zad.3.** Łańcuszek wykonany z pięciu ogniów giętych ze stalowego drutu i spawanych obciążono siłą rozciągającą  $P$ .

Przyjmując model ogniwa jako zamkniętą ramę ściśle płaską, wyznaczyć:

- 4) Rozkłady sił wewnętrznych w pojedynczym ogniwie,
- 5) Wartość maksymalnego naprężenia zredukowanego,
- 6) Całkowite wydłużenie łańcuszka.

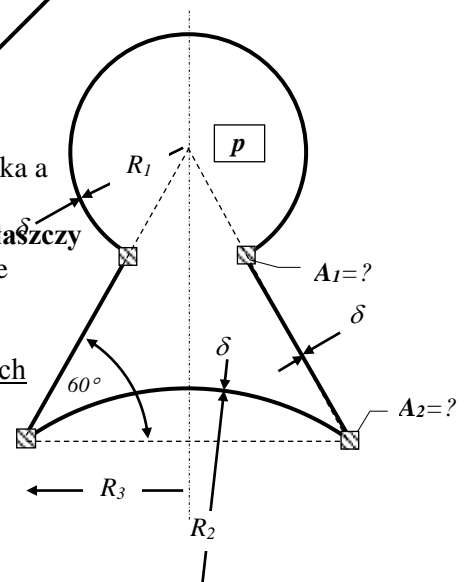


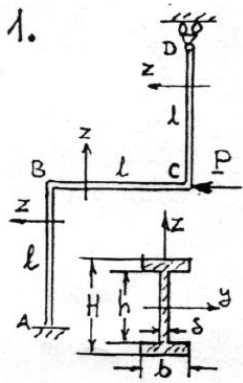
**Zad. 4.** Zbiornik wypełniony gazem o nadciśnieniu  $p$ , składa się ze sfery, stożka a od dołu domknięty jest wklęsłym dnem kulistym. Na połączeniu powłok przyspawano pierścienie. **Dobrać jedną, wspólną grubość dla wszystkich płaszczy** oraz pola pierścieni tak, **aby zbiornik był możliwie najlżejszy**, a maksymalne naprężenia zredukowane nie przekroczyły wartości  $k_t=80 \text{ MPa}$ .

W zadaniu posłużyć się hipotezą Treski.

Narysować rozkłady naprężeń południkowych i obwodowych dla tak dobranych grubości płaszczy.

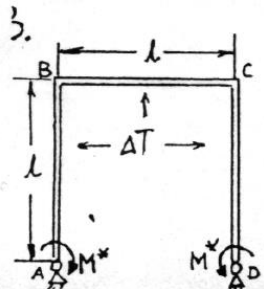
**Dane:**  $R_1=1.5m, R_2=4m, R_3=2m, p=0.2 \text{ MPa}$





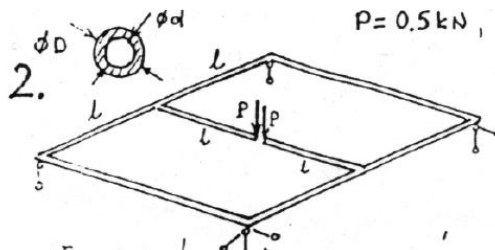
1. Wyznaczyć i narysować przebiegi sił przekrojowych w pokazanej na rys. ramie. Zaprojektować przekrój dwuteowy tak aby wszędzie był spełniony warunek  $\sigma_g \max \leq k_r$  (założyć:  $H=20\delta$ ,  $h=16\delta$ ,  $b=8\delta$ ,  $\delta$  - niewiadomą) Obliczyć pręężenie poziome naroża C.

$l=1m, P=3kN, E=2 \cdot 10^5 MPa, k_r=80MPa$



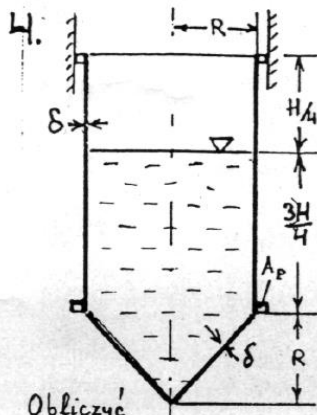
3. Fragment instalacji obciążony jest przrostem temperatury  $\Delta T$  i oddziaływaniem wiatru, ustroj w postaci dwóch momentów  $M^*$ . Wyznaczyć i narysować przebiegi sił przekrojowych. Wyznaczyć składowe stanu naprężenia w najbardziej wycężonym punkcie. Obliczyć wzajemny obrót końców A i D.

$l=1m, \Delta T=100^\circ, M^*=0,5 kNm, E=2 \cdot 10^5 MPa, \alpha_t=1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$



$P=0.5kN, l=1m, D=36mm, d=30mm, E=2 \cdot 10^5 MPa, \nu=0.3$

2. Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych w pokazanej ramie. Znaleźć miejsce występowania i wartość max. naprężen zredukowanych. Wyznaczyć przemieszczenie pionowe jednego z punktów obciążonych siłą P.



$R=1m, H=5m, \gamma=10 \frac{kN}{m^3}, A_p=10cm^2, \delta=4mm$

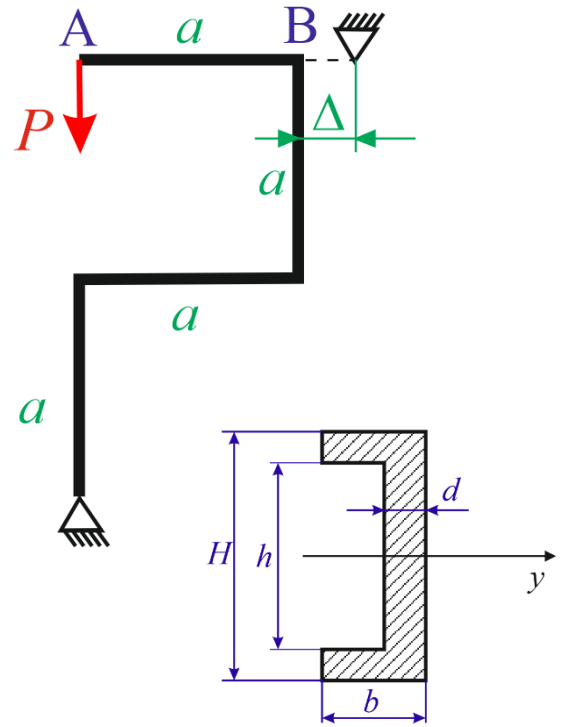
Zamierzony za pośrednictwem dodatkowego pierścienia u góry zbiornika, częściowo napełniono wodą. Wyznaczyć rozkłady naprężen południkowych i obwodowych w części walcowej i stożkowej (wykreśli) Obliczyć naprężenie  $\sigma_p$  w pierścieniu dolnym usztywn. załp.m.

### Zad. 1

Ramę płaską zmontowano z błędem  $\Delta$  w narożu B i obciążono siłą  $P$  w punkcie A. Wyznaczyć rozkłady sił wewnętrznych, maksymalne naprężenia zredukowane, pionowe przemieszczenie punktu A oraz kąt obrotu naroża B. Oś  $y$  przekroju poprzecznego jest prostopadła do płaszczyzny ramy.

Dane:

$$a=1\text{m}, H=48\text{mm}, h=36\text{mm}, b=20\text{mm}, d=8\text{mm}, \Delta=25\text{mm}$$
$$P=1\text{kN}, E=2 \cdot 10^5\text{MPa}, \nu=0,3$$



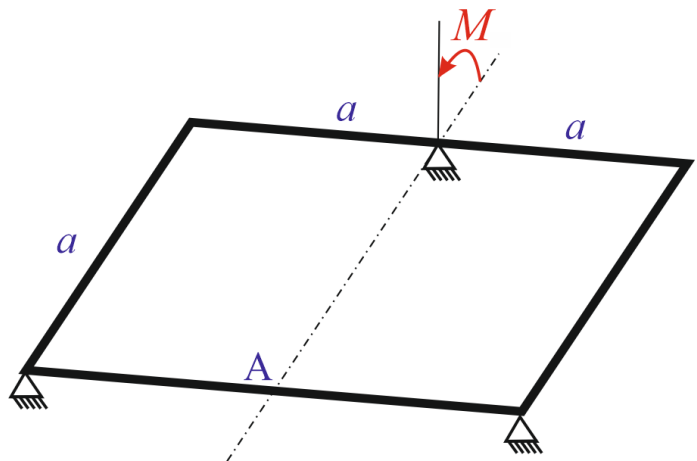
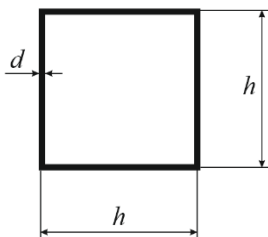
### Zad. 2

Prostokątną ramę płaską osadzoną na trzech podporach przegubowych obciążono momentem  $M$  działającym w płaszczyźnie ramy jak pokazano na rysunku. Pręty ramy są rurami cienkościennymi o przekroju kwadratowym. Wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane w ramie i wskazać miejsce ich występowania, a także policzyć pionowe przemieszczenie punktu A.

Dane:

$$a=1\text{m}, h=50\text{mm}, d=2\text{mm}, M=1\text{kNm}$$
$$E=2 \cdot 10^5\text{MPa}, \nu=0,3$$

Przekrój prętów

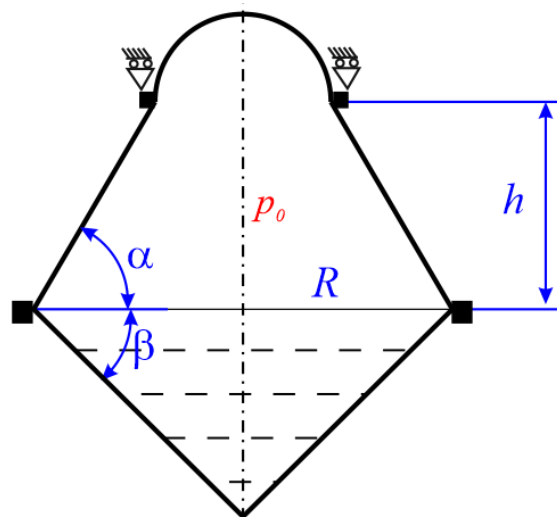


### Zad. 3

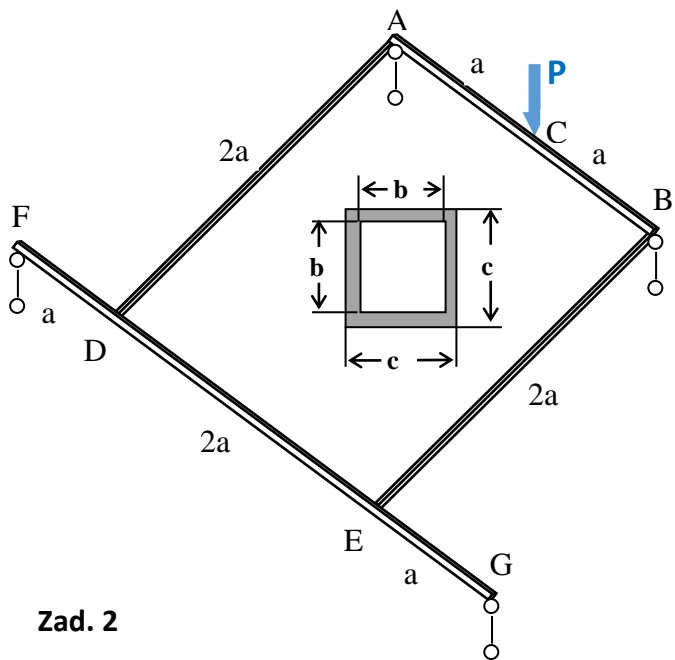
Zbiornik cienkościenny składający się z dwóch części stożkowych i półsfery wypełniono w części objętości wodą o ciężarze właściwym  $\gamma$ , nad którą wytworzono nadciśnienie  $p_0$ . Dobrać grubości płaszczy poszczególnych części oraz zaprojektować pola przekroju pierścieni wzmacniających tak, aby zapewnić bezpieczną pracę konstrukcji.

Dane:

$$R=3\text{m}, h=3\text{m}, \alpha=60^\circ, \beta=45^\circ$$
$$\gamma=10^4\text{N/m}^3, p_0=0,1\text{MPa}, kr=100\text{MPa}$$



Zad. 1  $I = \dots\dots$  (liczba liter imienia)  $N = \dots\dots$  (liczba liter nazwiska)



Dane:

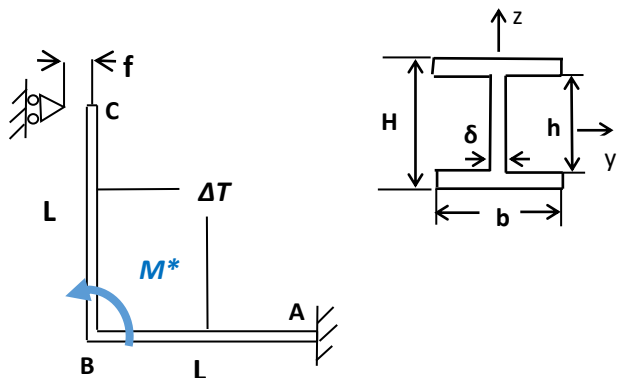
$a = (1+I/100) \text{ m}$ ,  $P = (1+N/100) \text{ kN}$ ,  
 $c = 30 \text{ mm}$ ,  $b = 20 \text{ mm}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 1/3$ ,

Płaska rama złożona z prętów o przekroju rury kwadratowej, spoczywająca na czterech podporach przegubowych, obciążona została poprzeczną siłą P.

Wyznaczyć i narysować rozkłady wszystkich występujących w ramie sił przekrojowych. Sprawdzić równowagę węzła D. Wytypować najbardziej niebezpieczny punkt ustroju i obliczyć w nim naprężenie zredukowane  $\sigma_{red}^{max}$ .

Obliczyć przemieszczenie punktu C.

Zad. 2



Dane:

$M^* = (400+N/10) \text{ Nm}$ ,  $\Delta T = 100^\circ$ ,

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\alpha_T = 1.25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ ,

$H = 48 \text{ mm}$ ,  $h = 24 \text{ mm}$ ,

$b = 24 \text{ mm}$ ,  $\delta = 6 \text{ mm}$ ,

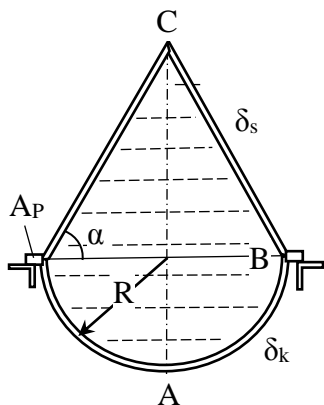
$L = (1+I/100) \text{ m}$ ,  $f = 4 \text{ mm}$ .

**Uwaga.** Oś z przekroju dwuteowego leży w płaszczyźnie ramy.

Pokazana na rysunku rama ABC została utwierdzona na końcu A. Podporę przegubową przesuwną w pionie umieszczono z błędem f względem końca C. Obydwa pręty ogrzano o  $\Delta T$  a w narożu B przyłożono moment skupiony  $M^*$ .

- 1) Wyznaczyć i narysować przebiegi sił przekrojowych tak obciążonej ramy po dociągnięciu końca C do podpory.
- 2) Obliczyć  $\sigma_{red}^{max}$  i przemieszczenie pionowe naroża B.

Zad. 3



Zbiornik wypełniony całkowicie wodą składa się ze stożka i półkuli. Zbiornik spoczywa na obwodowej podporze za pośrednictwem pierścienia  $A_P$ . Wyznaczyć:

- 1) wartości naprężenia południkowego  $\sigma_p$ , obwodowego  $\sigma_t$  i zredukowanego  $\sigma_{red}$  w stożku tuż nad pierścieniem,
- 2) wartości naprężenia południkowego  $\sigma_p$ , obwodowego  $\sigma_t$  i zredukowanego  $\sigma_{red}$  w kuli tuż pod pierścieniem oraz na dnie zbiornika w punkcie A,
- 3) pole przekroju pierścienia  $A_P$  z warunku  $\sigma_P \leq \sigma_{dop}$ .

Dane:  $R = (1+N/100) \text{ m}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$ ,  
 $(10+I/10) \text{ MPa}$ ,  $\delta_s = 2 \text{ mm}$ ,  $\delta_k = 1.5 \text{ mm}$ .

$\sigma_{dop} =$